Bab

9

PELUANG

Hitung peluang mula-mula dikenal pada abad ke-17 yang bermula dari permainan sebuah dadu yang dilempar. Peluang (kemungkinan) dari permukaan dadu yang tampak ketika dilempar, diamati dan dihitung, perhitungan inilah yang disebut ilmu hitung peluang yang kemudian sangat barmanfaat bagi ilmu yang lain,misalnya pada matematika melahirkan ilmu statistic.

9.1 PENGERTIAN DASAR

Ruang Sampel adalah himpunan semua kemungkinan hasil suatu percobaan, biasanya dilambangkan dengan S. Kejadian adalah suatu himpunan bagian dari ruang sampel. Kejadian dapat terdiri dari satu titik sampel yang disebut kejadian sederhana, sedangkan kejadian majemuk adalah gabungan beberapa kejadian sederhana. Ruang nol adalah himpunan bagian ruang sampel yang tidak mengandung satupun anggota. Titik sampel adalah setiap elemen dari ruang sampel.

CONTOH 9.1.1

Pada percobaan pelemparan sebuah dadu, kemungkinan hasil percobaannya adalah:

Jika ditinjau dari angka yang muncul maka ruang sampelnya adalah

$S = \{1,2,3,4,5,6\}$

Jika ditinjau dari keadaan angkanya maka ruang sampelnya adalah

S = {genap, gasal}

CONTOH 9.1.2

Pada percobaan pengambilan sebuah kartu bridge, kemungkinan hasil percobaannya adalah

Jika ditinjau dari jenis kartu maka ruang sampelnya adalah

S = {?, ?, ?,?**}**

Jika ditinjau dari warna kartu maka ruang sampelnya adalah

S = {Merah, Hitam}

Irisan Dua kejadian $(A \cap B)$ adalah kejadian yang mengandung semua unsur persekutuan kejadian A dan B. Kejadian saling terpisah (saling asing) adalah dua kejadian yang tidak memiliki unsur persekutuan, $A \cap B = f$. Gabungan dua kejadian $(A \cup B)$ adalah kejadian yang mencakup semua unsur atau anggota A atau B atau keduanya. Komplemen suatu kejadian (A') adalah himpunan semua anggota S yang bukan anggota A.

CONTOH 9.1.3

Percobaan pelemparan 2 buah mata dadu, kemungkinan hasil percobaannya adalah

S = {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)
(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)
(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

Jika A adalah kejadian munculnya dadu dengan jumlah mata dadu sama dengan 1 maka

A = { }, kejadian mustahil

Jika B adalah kejadian munculnya dadu dengan jumlah mata dadu sama dengan 7 maka

B = {(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(5,1)}

Jika C adalah kejadian munculnya dadu dengan jumlah mata dadu sama dengan 11 maka

C = {(5,6),(6,5)}

Jika D adalah kejadian munculnya mata dadu pertama adalah 5 maka

D = {(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)}

Irisan kejadian A dan B adalah

$A \cap B$ = { }

Irisan kejadian B dan C adalah

$B \cap C$ = { }

Irisan kejadian C dan D adalah

$C \cap D$ = { (5,6)}

Gabungan kejadian A dan B adalah

$A \cup B$ = {(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(5,1)} = B

Gabungan kejadian B dan C adalah

$$B \cup C = \{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(5,1),(5,6),(6,5)\}$$

Gabungan kejadian C dan D adalah

$$C \cup D = \{(5,6),(6,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5)\}$$

9.2 KAIDAH PENCACAHAN

Untuk menentukan jumlah titik sampel yang ada dalam ruang sampel diperlukan prinsip dasar menghitung, diantaranya kaidah penggandaan, permutasi dan kombinasi. Ada dua aturan dasar untuk menghitung jumlah anggota dari suatu himpunan,

1. Aturan penjumlahan, yaitu jika ada n_1 benda yang berbeda dihimpunan pertama dan n_2 benda dihimpunan kedua dan kedua himpunan saling asing (tidak beririsan), maka total anggota dikedua himpunan adalah n_1+n_2.
2. Aturan perkalian, akan dijelaskan dalam dalil 1 dan dalil 2.

CONTOH 9.2.1 :

Ekskul Basket" SMK mempunyai anggota 65 orang siswa dan "Ekskul Karate" mempunyai anggota 45 orang siswa, jika tidak ada siswa yang merangkap kedua ekskul, maka jumlah anggota kedua ekskul adalah
65 + 45 = 110.

9.2.1 FAKTORIAL

Hasil kali dari bilangan-bilangan bulat positif dari 1 sampai dengan n, yaitu

$$1.2.3.4\ldots(n-2).\,(n-1).n$$

sering digunakan dalam matematika yang diberi notasi n! (dibaca n faktorial).

$$n! = n.(n-1).(n-2)\ldots.\ 3.2.1$$

$$1! = 1$$

$$0! = 1$$

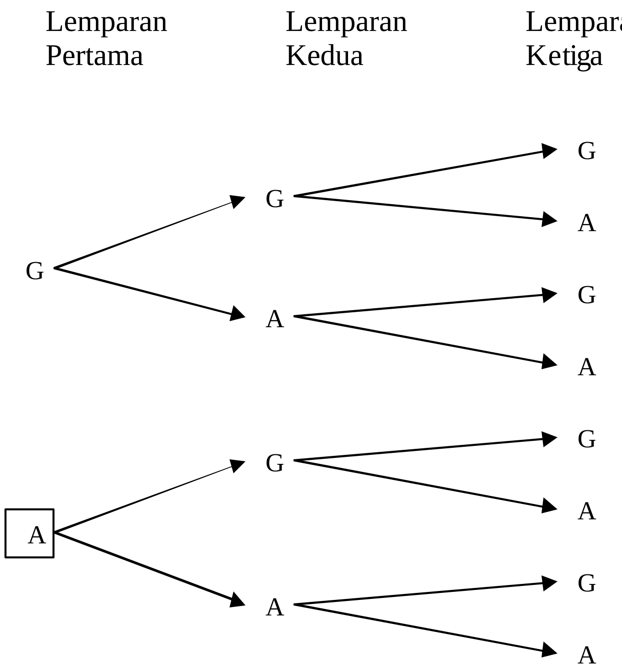
CONTOH 9.2.2

$$4! = 4.3.2.1 = 24$$

$$6! = 6.5! = 6.5.4.3.2.1 = 720$$

9.2.2 PRINSIP DASAR MENGHITUNG DENGAN DIAGRAM POHON

Dalam percobaan sederhana, sebuah diagram pohon dapat digunakan dalam perhitungan ruang sampel. Misalnya pada percobaan pelemparan sebuah uang 3 kali. Himpunan hasil yang mungkin dapat diperoleh oleh seluruh garis yang ditunjukkan dalam diagram pohon berikut,



Karena dalam setiap percobaan ada 2 kemungkinan hasil suatu percobaan dari 3 kali percobaan, maka dalam ruang sample ada sebanyak $2^3 = 8$ buah titik sampel. Jadi S = {GGG, GGA, GAG, GAA, AGG, AGA, AAG, AAA}.

CONTOH 9.2.4

Jika dari kota A menuju kota B ada 3 jalan yaitu (p,q,r) sedangkan dari kota B ke kota C ada 2 jalan yaitu (a,b) maka dari kota A ke kota C dapat melalui 3 x 2 = 6 jalan yang berbeda, yaitu

S = {(p,a),(p,b),(q,a),(q,b),(r,a),(r,b)}

DALIL 1 KAIDAH PENGGANDAAN

Bila suatu operasi dapat dilakukan dalam n_1 cara dan bila untuk setiap cara tersebut operasi kedua dapat dilakukan dalam n_2 cara maka kedua operasi itu secara bersama-sama dapat dilakukan dalam $n_1 . n_2$ cara.

CONTOH 9.2.3

Bila sepasang dadu dilemparkan sekali, berapa banyak titik sampel dalam ruang sampelnya ?

Penyelesaian :

Jika sepasang dadu dilemparkan satu kali maka dadu pertama akan muncul 6 cara sedangkan dadu kedua .akan muncul 6 cara juga

Dengan demikian, sepasang dadu tersebut dapat terjadi dalam (6)(6) = 36 cara.

DALIL 2 KAIDAH PENGGANDAAN UMUM

Bila suatu operasi dapat dilakukan dalam n_1 cara bila untuk setiap cara tersebut operasi kedua dapat dilakukan dalam n_2 cara, bila untuk setiap pasangan dua cara yang pertama dapat dilakukan dalam n_3 cara pada operasi ke tiga, demikian seterusnya, maka k operasi dalam urutan tersebut dapat dilakukan dalam $n_1\ n_2\ n_3 \ldots n_k$ cara.

CONTOH 9.2.5

Berapa macam menu makan siang yang terdiri atas sayur, lauk dan buah yang dapat dipilih dari 4 macam sayur, 3 macam lauk dan 5 macam buah ?

Penyelesaian :

Banyak macam menu makan siang ada sebanyak (4)(3)(5) = 60 macam.

CONTOH 9.2.6

Diketahui empat angka 1,2,5,8, tentukan banyak semua bilangan yang dapat dibuat dari angka tersebut yang terdiri dari

a. 2 angka

b. 2 angka tetapi tidak boleh ada yang sama.

Penyelesaian :

a. Untuk mempermudah sediakan dua kotak yang akan diisi jumlah kemungkinan tiap tahap, yaitu letak angka puluhan dan angka satuan

$$\boxed{4} \quad \boxed{4} \quad = \quad 16$$

Kotak pertama adalah posisi angka puluhan, dimana ada 4 kemungkinan, kotak kedua posisi angka satuan juga ada 4 kemungkinan, jadi jumlah kemungkinannya adalah 4 x 4 = 16.

b. Dengan cara yang sama dengan penyelesaian soal a, tetapi karena tidak boleh sama angkanya maka kalau angka puluhan sudah muncul kemungkinan angka satuannya berkurang satu dan jumlah kemungkinannya adalah 4 x 3 = 12.

9. 2.3 PERMUTASI

DEFINISI 9.2.1

Permutasi adalah suatu susunan yang dibentuk oleh keseluruhan atau sebagian dari sekumpulan benda. Susunan pada permutasi memperhatikan urutannya.

DALIL 3 **.** Banyaknya permutasi n benda yang berbeda ada n!

CONTOH 9.2.7

Jika ada 3 huruf a, b dan c, ada berapa cara dapat dibuat susunan ketiga huruf tadi secara berbeda.

Penyelesaian :

Susunan yang dapat dibuat ada sebanyak 3! = 6, yaitu abc, acb, bac, bca, cab dan cba.

Permutasi Sebagian adalah bila diantara unsur yang berlainan akan diberikan urutan untuk r unsur (r = n) yang berlainan dinyatakan dalam dalil 4.

DALIL 4 :**.** Banyaknya permutasi akibat pengambilan r benda dari n benda yang berbeda

$$nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

CONTOH 9.2.8

Dua kupon diambil dari 5 kupon untuk menentukan hadiah pertama dan kedua. Hitung banyak titik sampel dalam ruang sampelnya.

Penyelesaian :

Jika 1,2,3,4,5 menyatakan no. kupon, (1,2) adalah hadiah pertama untuk kupon no. 1 dan hadiah kedua untuk kupon no. 2, maka kemungkinan yang mendapat hadiah adalah sebagai berikut :

1,2	2,1	3,1	4,1	5,1
1,3	2,3	3,2	4,2	5,2
1,4	2,4	3,4	4,3	5,3
1,5	2,5	3,5	4,5	5,4

Banyak titik sampel adalah

$${}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = (4)(5) = 20$$

CONTOH 9.2.9

Empat orang masuk kedalam bus dan terdapat 10 tempat duduk. Tentukan banyak semua kemungkinan posisi empat orang tersebut akan duduk.

Penyelesaian ;

Masalah ini adalah merupakan permutasi empat tempat duduk terisi dari 10 tempat duduk kosong yang tersedia, yaitu sebanyak

$$
{}_{10}P_4 = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!}
$$

$$
= \frac{1.2.3.4 \ldots 10}{1.2.3.4.5.6}
$$

$$
= (7)(8)(9)(10)
$$

$$
= 5040
$$

CONTOH 9.2.10

Petugas ruang baca sekolah bermaksud untuk mengatur rak buku sehingga buku bahasa yang sama akan berjajar berdekatan. Jika tempat yang tersedia untuk 12 buku untuk 5 buku berbeda dalam bahasa Inggris, 4 buku berbeda dalam bahasa Arab dan 3 buku berbeda dalam bahasa Jepang, tentukan banyak kemungkinan susunan buku tersebut.

Penyelesaian :

Pertama kali dapat ditentukan bahwa terdapat 3 unsur bahasa, yaitu Inggris, Arab dan jepang. Kemudian, jika susunan bahasa telah ditentukan, masing-masing buku dengan bahasa sama akan berpermutasi antara mereka sendiri. Karena permutasi antar bahasa dan permutasi antar buku saling bebas, maka jumlah permutasi diperoleh dengan mengalikan semuanya. Permutasi bahasa ada 3!, permutasi bahasa Inggris 5!, bahasa Arab 4! Dan bahasa Jepang 3! Maka jumlah semua kemungkinannya adalah :

3! 5! 4! 3! = 103.680 susunan

DALIL 5 :. Banyaknya permutasi n benda yang berbeda yang disusun dalam suatu lingkaran adalah $(n-1)!$

CONTOH 9.2.11

Jika kita mempunyai 4 permata dan ingin dibuat gelang, ada berapa cara kita dapat menempatkan permata tadi dalam gelang yang berbeda.

Penyelesaian

Banyak cara menempatkan permata adalah

$$(4-1)! = 3! = 6$$

DALIL 6 : PERMUTASI UNTUK UNSUR YANG SAMA

Banyaknya permutasi yang berbeda dari n benda yang n_1 diantaranya berjenis pertama, n_2 berjenis kedua, ... n_k berjenis k adalah

$$\frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots\ldots n_k!}$$

CONTOH 9.2.15 :

Berapa banyak susunan yang berbeda bila ingin membuat serangkaian lampu hias untuk pohon natal dari 3 lampu merah, 4 lampu kuning dan 2 lampu biru.

Penyelesaian :

Banyaknya lampu merah ada 3 $\Rightarrow$ n (M)= 3

Banyaknya lampu kuning ada 4 $\Rightarrow$ n (K)= 4

Banyaknya lampu biru ada 2 $\Rightarrow$ n (B)= 2

Banyaknya semua lampu ada 9 $\Rightarrow$ n (L) = 2

Jadi Banyak susunan yang berbeda ada

$$\frac{n(L)!}{n(M)!\,n(K)!\,n(B)!} = \frac{9!}{3!\,4!\,2!} = 1260$$

DALIL 7**:** Banyaknya cara menyekat sekumpulan n benda ke dalam r sel, dengan n_1 unsur dalam sel pertama, n_2 unsur dalam sel kedua, dan demikian seterusnya, adalah

$$\binom{n}{n_1\ n_2\ \ldots..\ \ n_r} = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots..\ \ n_r!}$$

sedangkan $n_1 + n_2 + \ldots.. + n_r = n$

CONTOH 9.2.12

Berapa banyak cara 7 orang dapat menginap dalam 1 kamar tripel dan 2 kamar dobel?

Penyelesaian : Banyak kemungkinan sekatan ada

$$\binom{7}{3,2,2} = \frac{7!}{3!\,2!\,2!} = 210$$

9.2.4 KOMBINASI

Didalam permutasi urutan dari suatu susunan diperhatikan, misal susunan abc dan bac dipandang berbeda. Didalam kombinasi dua susunan tersebut dipandang sama. Misalkan Anggota Tim Olimpiade Matematika SMK " Harapan " terdiri dari Rudi, Herman dan Okta sama artinya jika kita menyebutkan Anggota Tim Olimpiade Matematika SMK " Harapan " terdiri dari Herman, Okta dan Rudi.Susunan Rudi, Herman dan Okta dengan susunan Herman , Okta dan Rudi dipandang sama.

Suatu kombinasi r unsur yang diambil dari n unsur yang berlainan adalah suatu pilihan dari r unsur tanpa memperhatikan urutannya (r = n), dinyatakan dalam dalil 8.

DALIL 8 . Banyaknya kombinasi r benda dari n benda yang berbeda adalah

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

CONTOH 9.2.13

Club Catur " Harapan " akan mengirimkan 2 orang pemain catur dari 10 pemain caturnya dalam suatu turnamen catur nasional. Berapa banyak kemungkinan susunan 2 orang pemain catur yang dikirim tersebut

Penyelesaian :

Masalah pemilihan 2 pemain catur termasuk dalam masalah kombinasi, karena tanpa memperhatikan urutan anggotanya, sehingga untuk soal ini adalah kombinasi 2 dari 10 orang, yaitu

$$\binom{10}{2} = \frac{10\,!}{2\,!\,8\,!}$$

$$= \frac{10\,.\,9\,.\,8\,!}{1\,.\,2\,.\,8\,!}$$

$$= 45$$

CONTOH 9.2.14

Diketahui klub Tenis yang terdiri 15 putra dan 10 putri

a. tentukan banyak kemungkinan pengiriman delegasi yang terdiri dari 5 orang

b. tentukan banyaknya kemungkinan pengiriman delegasi terdiri dari 3 putra dan 2 putri

Penyelesaian :

a. Masalah pemilihan delegasi termasuk dalam masalah kombinasi, karena tanpa memperhatikan urutan anggotanya, sehingga untuk soal ini adalah kombinasi 5 dari 25 orang, yaitu

$$\binom{25}{5} = \frac{25\,!}{5\,!\,20\,!}$$

$$= \frac{21\,.\,22\,.\,23\,.\,24\,.\,25}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}$$

$$= 53130$$

a. Dalam hal ada dua pemilihan putra dan putri, untuk pemilihan putra adalah masalah kombinasi 3 unsur dari 15, yaitu

$$\binom{15}{3} = \frac{15\,!}{3\,!\,12\,!}$$

$$= \frac{13\,.\,14\,.\,15}{1\,.\,2\,.\,3}$$

$$= 455$$

Sedangkan untuk pemilihan putri adalah kombinasi 2 unsur dari 10 unsur, yaitu

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!\,8!}$$
$$= \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 2}$$
$$= 45$$

Karena keduanya tidak berhubungan, maka kombinasi total adalah merupakan hasil kali antara keduanya, yaitu

$$(455)(45) = 20.475$$

SOAL LATIHAN 9-2

Selesaikan soal-soal latihan dibawah ini.

1. Diketahui angka 1,3,5,7,9. Tentukan,

a. Banyak bilangan terdiri dari 2 angka yang dapat dibuat dari angka tersebut.

b. Banyak bilangan terdiri dari 2 angka yang dapat dibuat dari angka tersebut tetapi tidak mempunyai angka yang sama.

2. Diketahui angka 0,1,2,4,5,6,8. Tentukan,

a. Banyak bilangan terdiri dari 3 angka yang dapat dibuat dari angka tersebut.

b. Banyak bilangan terdiri dari 3 angka yang dapat dibuat dari angka tersebut tetapi tidak mempunyai angka yang sama.

c. Banyak bilangan terdiri dari 3 angka yang dapat dibuat dari angka tersebut tetapi bernilai ganjil.

d. Banyak bilangan terdiri dari 3 angka yang dapat dibuat dari angka tersebut yang habis dibagi 5.

3. Diketahui ada 5 baju berbeda, 4 celana panjang berbeda dan 3 dasi berbeda. Tentukan banyak kombinasi dalam memakai baju, celana dan dasi.
4. Didalam suatu ruangan terdapat 10 kursi.6 pemuda dan 4 pemudi akan duduk didalam ruangan tersebut.Tentukan banyaknya posisi duduk, jika
    a. duduknya sembarang.
    b. pemuda dan pemudi duduknya selang-seling.
5. Diketahui ada 4 buku yang berbeda dalam bahasa Jepang, 5 buku berbeda dalam bahasa Inggris dan 3 buku berbeda dalam bahasa Indonesia.
    a. Tentukan banyak kemungkinan dalam mengambil tiga buku dari bahasa yang semuanya berbeda jika urutan bahasa menjadi tidak penting.
    b. Tentukan banyak kemungkinan dalam mengambil tiga buku dari bahasa yang sama jika urutan bahasa menjadi tidak penting.
    c. Tentukan banyak kemungkinan dalam mengambil tiga buku yang terdiri dari dua bahasa jika urutan bahasa menjadi tidak penting.
6. Berapa banyak kemungkinan susunan pengurus OSIS yang terdiri dari ketua, sekretaris dan bendahara dapat dibentuk, jika ada 50 calon pengurus OSIS.
7. Diketahui 12 bendera yang terdiri dari bendera Indonesia, bendera Amerika dan bendara Jepang. Bendera yang berasal dari Negara yang sama tidak dapat dibedakan. Jika diambil 12 bendera tentukan banyak urutan yang dapat muncul dari pengambilan bendera jika :

a. bendera Indonesia ada 5, bendera Amerika ada 4 dan bendera Jepang ada 3.
b. bendera Indonesia ada 3, bendera Amerika ada 3 dan bendera Jepang ada 6.

8. Di Republik BBM, DPR terdiri dari 2 Partai yaitu Partai Bulan dan Partai Matahari. Salah satu anggota komite terdiri 7 orang Partai Bulan dan 5 orang Partai Matahari. Akan dibuat satu delegasi yang diambil dari komite. Tentukan banyak cara menyusun
a. delegasi yang terdiri dari 4 orang.
b. delegasi terdiri dari 4 orang dengan satu orang dari partai Bulan.
c. delegasi terdiri dari 5 orang, dengan ketua dari partai Bulan dan anggota seimbang antara kedua partai.

9. Berapa jumlah 3 tempat pariwisata yang dapat dipilih dari 9 tempat yang ditawarkan.

10. Tentukan banyaknya pembagi (factor) dari bilangan 10.000

9.2 PELUANG SUATU KEJADIAN

Misalkan peristiwa A dapat terjadi dalam p cara dari seluruh n cara yang mungkin, n cara ini berkemungkinan sama (equally likely), maka peluang A sama dengan p(A) didefinisikan secara klasik sebagai

$$p(A) = \frac{p}{n}$$

Peluang suatu kejadian A adalah jumlah peluang semua titik sampel dalam A dimana

$$0 \le P(A) \le 1$$

Jika P (A) = 0 maka kejadian A tidak mungkin terjadi, sedangkan jika P (A) = 1 maka kejadian A pasti terjadi

DALIL 9 : Bila suatu percobaan mempunyai N hasil percobaan yang berbeda, dan masing-masing mempunyai kemungkinan yang sama untuk terjadi, dan bila tepat n diantara hasil percobaan itu menyusun kejadian A, maka peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

CONTOH 9.3.1

Misalkan kita melakukan percobaan pelemparan satu dadu bersisi enam

a. Jika A adalah kejadian muncul sisi bertanda 2, tentukan peluang dari kejadian A

b. Jika B adalah kejadian muncul sisi bertanda genap, tentukan peluang dari kejadian B

Penyelesaian ;

a. Muncul satu sisi (bertanda apa saja) dalam percobaan pelemparan dadu merupakan kejadian sederhana. Selanjutnya karena diasumsikan bahwa dadu mempunyai enam sisi yang serupa, maka setiap kejadian sederhana mempunyai peluang sama, yaitu

$$P(A) = \frac{1}{jumlah\ \ anggota\ \ ruang\ \ sampel} = \frac{1}{6}$$

b. Kejadian B mempunyai tiga anggota yaitu 2,4,6, sehingga peluangnya adalah

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

CONTOH 9.3.2

Farhan mempunyai 6 bola putih dan 3 bola merah. Kemudian Farhan mengambil satu bola secara acak (tanpa memilih)

a. Tentukan peluang mengambil bola putih

b. Tentukan peluang mengambil bola merah

Penyelesaian :

Ruang sampel dari pengambilan satu bola adalah

S = {P,P,P,P,P,P,M,M,M}

Dengan P menyatakan bola putih yang terambil dan M menyatakan bola merah yang terambil.

a. Kejadian mengambil bola putih mempunyai anggota enam, jadi peluang kejadiannya adalah

$$P(Bolaputih) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

b. Kejadian mengambil bola merah mempunyai anggota tiga, jadi peluang kejadiannya adalah

$$P(Bolamerah) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

CONTOH 9.3.3

Irfan mempunyai 6 bola putih dan 3 bola merah. Kemudian Irfan mengambil dua bola secara acak (tanpa memilih)

a. Tentukan peluang mengambil semuanya bola putih.

b. Tentukan peluang mengambil semuanya bola merah.

c. Tentukan peluang mengambil satu bola merah dan satu bola putih.

Penyelesaian :

Dua bola yang terambil tidak memperhatikan urutannya maka termasuk kombinasi sehingga ruang sampel pengambilan dua bola dari sembilan bola Irfan adalah

$$\binom{9}{2} = \frac{9\,!}{2\,!\,7\,!}$$
$$= \frac{8\,.\,9}{1\,.\,2}$$
$$= 36$$

a. Banyak anggota kejadian mengambil bola putih adalah

$$\binom{6}{2} = \frac{6\,!}{2\,!\,4\,!}$$
$$= \frac{5\,.\,6}{1\,.\,2}$$
$$= 15$$

Jadi peluang dari kejadian ini

$$P = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

b. Banyak anggota kejadian mengambil bola merah adalah

$$\binom{3}{2} = \frac{3\,!}{2\,!\,1!}$$
$$= \frac{3}{1}$$
$$= 3$$

Jadi peluang dari kejadian ini

$$P = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

c. Mengambil satu bola putih dan satu bola merah dianggap sama dengan mengambil satu bola merah dan satu bola putih. Sehingga banyak anggota dari kejadian mengambil satu bola putih dan satu bola merah adalah

$$\binom{6}{1}\binom{3}{1} = \frac{6!}{1!\,5!}\;\frac{3!}{1!\,2!}$$
$$= 6 \,.\, 3$$
$$= 18$$

Jadi peluang dari kejadian ini

$$P = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

9.3.1 PELUANG KOMPLEMEN SUATU KEJADIAN

DALIL10. Bila A dan A' dua kejadian yang satu merupakan komplemen lainnya maka

$$P(A) + P(A') = 1$$

CONTOH 9.3.4

Tentukan peluang mengambil satu kartu dari kartu brigde standard memperoleh bukan as.

Penyelesaian :

Peluang mengambil satu kartu memperoleh as adalah

$$P(A) = \frac{4}{52}$$

Dengan demikian peluang mengambil satu kartu memperoleh bukan as adalah

$$P(A') = 1 - \frac{4}{52} = \frac{48}{52}$$

9.3.2 PELUANG GABUNGAN DUA KEJADIAN

DALIL11. Bila A dan B adalah dua kejadian sembarang maka peluang kejadian $A \cup B$ adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

CONTOH 9.3.5

Pada percobaan pelemparan dua buah dadu setimbang. Kejadian A adalah kejadian jumlah mata dadu yang muncul adalah 8, dan kejadian B adalah kejadian mata dadu kedua yang muncul adalah 5. Tentukan peluang kejadian jumlah mata dadu sama dengan 8 atau mata dadu kedua yang muncul adalah 5.

Penyelesaian :

Pada pelemparan dua buah dadu setimbang, banyaknya ruang sample adalah n (S) = 36

$A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\} \Rightarrow n(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{5}{36}$

$B = \{(1,5),(2,5),(3, 5),(4,5),(5,5),(6,5)\} \Rightarrow n(B) = 6 \Rightarrow P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

$A \cap B = \{(3, 5)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1 \Rightarrow P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(S)} = \dfrac{1}{36}$

Jadi

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{5}{36} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36}$$
$$= \frac{10}{36}$$

9.3.3 PELUANG GABUNGAN DUA KEJADIAN SALING LEPAS

DALIL12 : Bila A dan B adalah dua kejadian sembarang dimana $A \cap B = f$ maka kejadian A dan B disebut dua kejadian saling lepas dan peluang kejadian $A \cup B$ adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

CONTOH 11.3.6

Pada percobaan pelemparan dua buah dadu setimbang. Kejadian A adalah kejadian jumlah mata dadu yang muncul adalah 3, dan kejadian B adalah kejadian jumlah mata dadu yang muncul adalah 8. Tentukan peluang kejadian jumlah mata dadu sama dengan 3 atau 8.

Penyelesaian :

Pada pelemparan dua buah dadu setimbang, banyaknya ruang sample adalah n (S) = 36

$$A = \{(1, 2), (2, 1)\} \Rightarrow n(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$B = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\} \Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow P(B)$

$= \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{5}{36}$

$A \cap B = f \Rightarrow$ Kejadian A dan B merupakan kejadian saling lepas sehingga

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
$$= \frac{1}{18} + \frac{5}{36}$$
$$= \frac{7}{36}$$

9.2.1 PELUANG DUA KEJADIAN SALING BEBAS

Dua kejadian dikatakan saling bebas jika dua kejadian tersebut tidak saling mempengaruhi. Jadi Kejadian A dan kejadian B dikatakan saling bebas jika kejadian A tidak mempengaruhi kejadian B atau sebaliknya. Untuk memahami dua kejadian saling bebas, perhatikan contoh berikut ini :

CONTOH 9.3.7

Sebuah uang logam dan sebuah dadu dilemparkan bersama-sama. Berapa peluang munculnya sisi angka pada uang logam dan munculnya mata dadu ganjil?

Penyelesaian :

Kejadian A adalah kejadian munculnya sisi angka pada uang logam

Kejadian B adalah kejadian munculnya mata dadu ganjil

Terlihat bahwa kejadian A tidak mempengaruhi kejadian B sehingga kejadian A dan B saling bebas.

Peluang masing – masing kejadian A dan B adalah

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Sedangkan

Kejadian A dan B adalah kejadian munculnya sisi angka pada uang logam dan munculnya mata dadu ganjil

$A \cap B = \{ (A, 1), (A,2), (A, 3) \}$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Hubungan antara $P(A \cap B)$ dan $P(A).P(B)$ adalah

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Dari uraian diatas, peluang dua kejadian bebas dapat dinyatakan sebagai berikut :

DALIL 13 Jika kejadian A dan kejadian B merupakan dua kejadian saling bebas maka berlaku

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

9.3.4 FREKUENSI HARAPAN SUATU KEJADIAN

Perhatikan kasus berikut ini :

Sebuah dadu dilempar sebanyak 12 kali Tentukan berapa kali kemungkinan muncul mata dadu 2 ?

Untuk menjawab permasalahan diatas, kita dapat melakukan kegiatan dengan cara sebuah dadu kita lempar 12 kali kemudian kita catat banyaknya mata dadu 2 yang muncul, kemudian kita lakukakan lagi dengan melempar dadu sebanyak 12 kali kemudian kita catat banyaknya mata dadu 2 yang muncul. Kegiatan tersebut kita lakukan beberapa kali. Dari hasil cataan terlihat bahwa banyaknya muncul mata dadu 2 mendekati 2 kali. Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut : Peluang munculnya mata dadu 2 pada pelemparan sebuah dadu adalah $\frac{1}{6}$. Jika dadu dilempar sebanyak 12 kali maka diharapkan mendapatkan mata dadu 2 sebanyak $\frac{1}{6}$. 12 kali = 2 kali. Harapan munculnya mata dadu 2 sebanyak 2 kali disebut frekuensi harapan.

DALIL 14 Frekuensi harapan munculnya kejadian A dengan n kali percobaan adalah

$$P(A)\times n$$

CONTOH 9.3.8

Sebuah uang logam dilempar sebanyak 40 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya sisi gambar pada uang logam tersebut.

Penyelesaian :

P (sisi gambar) = $\frac{1}{2}$.

Jadi frekuensi harapan munculnya sisi gambar pada uang logam adalah $\frac{1}{2}$ x 40 = 20 kali

SOAL LATIHAN 9-3

Selesaikan soal-soal latihan dibawah ini.

1. Sebuah dadu dilemparkan. Tentukan peluang
   a. Muncul mata dadu 4.
   b Muncul mata dadu genap.
   c. Muncul mata dadu ganjil.
   d. Muncul mata dadu genap atau ganjil.
1. Sebuah dadu dan sebuah uang logam dilempar bersama-sama.Tentukan peluang
   a. Muncul mata uang angka dan angka dadu 3.
   b. Muncul mata uang gambar dan angka dadu genap.
   c. Muncul angka dadu ganjil.
   d. Muncul mata uang angka dan angka dadu lebih dari 2.
2. Dari satu kantong terdiri dari 6 bola merah, 4 bola hitam dan 3 bola hijau diambil satu bola. Tentukan peluang bola yang terambil berwarna
   a. Merah atau hitam.
   b. Merah atau hitam atau hijau.
   c. Bukan hitam.
   d. Bukan hitam atau bukan merah.
3. Jika sebuah huruf diambil dari kata “ MATEMATIKA “.Tentukan peluang yang terambil
   a. Huruf M
   b. Huruf vocal
   c. Huruf konsonan
   d Bukan huruf vocal

4. Satu kelompok terdiri dari 12 putera dan 4 puteri. Jika tiga orang diambil dari kelompok tersebut, berapa peluang bahwa ketiganya adalah putera.
5. Farhan mempunyai bola 8 bola merah dan 10 bola biru. Kemudian Farhan mengambil dua bola secara acak. Tentukan peluang bola yang terambil
   a. Semuanya merah
   b. Semuanya biru
   c. Satu bola merah dan satu bola biru
6. Budi mempunyai bola 8 bola merah, 10 bola biru dan 6 bola putih .Kemudian Budi mengambil tiga bola secara acak. Tentukan peluang yang terambil
   a. Tiga bola tersebut berwarna sama
   b. Dua bola merah dan 1 bola putih
   c. Satu bola merah dan 2 bola biru
   d. Paling sedikit 1 bola putih
   e. Tiga bola tersebut berlainan warna
7. Dua buah dadu dilempar bersama – sama.Tentukan peluang munculnya
   a. Jumlah mata dadu 5 atau 10
   b. Jumlah mata dadu 10 atau mata dadu pertama adalah 6
   a. Mata dadu pertama ganjil atau mata dadu kedua genap
8. Pada permainan bridge, 4 pemain masing-masing memegang 13 kartu dari 52 kartu yang ada. Tentukan peluang seorang pemain tertentu kartunya terdiri dari 7 diamond, 2 club, 3 heart dan 1 spade.
9. Tiga buah dadu dilempar bersama – sama. Tentukan peluang munculnya

a. Jumlah mata dadu 12

b. Jumlah mata dadu 10 atau 15

10. Tentukan peluang bahwa sebuah bilangan puluhan adalah kelipatan 3

11. Peluang tim sepak bola SMK " Nusantara " untuk memenangkan suatu pertandingan sepak bola adalah 0,6. Jika tim tersebut akan bermain dalam 50 kali pertandingan, Berapa kali tim sepakbola tersebut akan menang ?

12. Peluang tim basket SMK " Tunas Harapan " untuk memenangkan suatu pertandingan basket adalah 0,8. Jika tim tersebut akan bermain dalam 30 kali pertandingan, Berapa kali tim basket tersebut akan kalah ?

13. Dua buah dadu dilempar bersama - sama sebanyak 288 kali. Tentukan frekuensi harapan

    a. Munculnya jumlah mata dadu 10

    b. Munculnya jumlah mata dadu 5 atau 12

    c. Munculnya mata dadu pertama 3 dan mata dadu kedua genap

    d. Munculnya jumlah mata dadu selain 8